

# Vorwort zur zweiten Auflage

Die große Akzeptanz unseres Buches hat eine Neuauflage innerhalb kurzer Zeit nötig werden lassen. Dies werten wir als Erfolg unseres Konzepts der engen Verzahnung von Theorie und Anwendungen.

Die zweite Auflage präsentiert sich in einem neuen Layout, von dem wir uns eine angenehmere Lesbarkeit versprechen. Eine Vielzahl von Tippfehlern wurde korrigiert. Wir danken allen, die uns auf solche aufmerksam gemacht haben.

Jedes der drei Kapitel endet mit Aufgaben, die eine Einübung des Stoffes erleichtern. Hier und da wurde die Darstellung gewisser Sachverhalte geändert sowie neue Beispiele eingefügt. Dies geschah unter didaktischen Gesichtspunkten. So verdeutlicht ein Beispiel in Abschnitt 1.3.1 die Lokalität der Frequenzauflösung durch die Wavelet-Transformation. Der Abschnitt 1.3.2 wurde neu aufgenommen. In ihm wird die Wavelet-Transformation mit der gefensterter Fourier-Transformation verglichen. Die Konstruktionsprinzipien orthogonaler und biorthogonaler Wavelets werden in Kapitel 2 weitergehend erläutert, und zwar durch die explizite Berechnung von Skalierungskoeffizienten. In Kapitel 3 wurde der Abschnitt über die digitale Bildkompression neu geschrieben. Das Literaturverzeichnis wurde aktualisiert und der Index wurde erweitert.

Auf dem Gebiet der Wavelets hat in den letzten vier Jahren eine rege Forschungsaktivität stattgefunden. Wir erwähnen hier nur die Multiwavelets, Wavelets auf der Sphäre und das sogenannte Lifting-Prinzip, ein universales Werkzeug zur Konstruktion diskreter Wavelet-Transformationen. Da das vorliegende Buch einen einführenden Charakter hat, können wir auf diese speziellen Entwicklungen nicht eingehen. Die interessierten Leser verweisen wir auf die folgenden Adressen im World Wide Web, die Links auf zahlreiche Internetseiten zum Thema Wavelets bereitstellen:

<http://www.math.wustl.edu/wavelet/>

<http://www.wavelet.org/wavelet/index.html>

<http://www.mat.sbg.ac.at/~uhl/wav.html>

Dort findet man neueste Informationen, Diskussionsforen, Preprints und Software zum Herunterladen.

Frau Dr. Martina Bloß-Rieder danken wir herzlich für ihre Mitarbeit und ihre konstruktiven Vorschläge, die in die Gestaltung der Neuauflage einfließen.

Saarbrücken und Potsdam, im Mai 1998  
A.K. Louis, P. Maaß, A. Rieder

# Vorwort zur ersten Auflage

Wavelets haben in den letzten zwölf Jahren eine stürmische Entwicklung in Forschung und Anwendungen genommen. Wie so oft war der Anfang ein ingenieurmäßiger Zugang zu einem Anwendungsproblem, das mit den vorhandenen Mitteln nicht zufriedenstellend lösbar war. Im Falle der Wavelets war das Versagen klassischer Methoden zur Analyse geophysikalischer Daten Anlaß, "neue" Analyseverfahren zu entwickeln. Auch hier ist dann mit der Zeit deutlich geworden, daß die Wurzeln der Methode in mathematische Arbeiten hineinreichen. Dieses Zusammenspiel von Anwendungen und mathematischer Theorie hat erst den Erfolg gebracht.

Ein Nachteil der Fourier-Transformation ist das Fehlen einer Lokalisierungseigenschaft: ändert sich ein Signal an einer Stelle, so ändert sich die Transformierte überall, ohne daß durch bloßes Hinschauen die Stelle der Änderung gefunden werden kann. Der Grund ist natürlich die Verwendung der immer periodisch schwingenden trigonometrischen Funktionen. Verwendet man dagegen räumlich begrenzte Wavelets, "kleine Wellen" oder "Wellchen" sind Versuche einer Übersetzung ins Deutsche, so kann durch das Verschieben eine Lokalisierung und durch Stauchen eine Frequenzauflösung an der entsprechenden Stelle erreicht werden.

Schon früh bei der Entwicklung der *Ondelettes*, wie die Wavelets in ihrem Ursprungsland Frankreich genannt werden, sind sowohl die kontinuierliche als auch die diskrete Transformation untersucht worden.

Die kontinuierliche Wavelet-Transformation kann als eine Phasenraumdarstellung interpretiert werden. Ihre Filter- und Approximationseigenschaften werden untersucht. Der gruppentheoretische Zugang ermöglicht eine einfache Verallgemeinerung etwa zur Wavelet-Transformation in mehreren Dimensionen oder auf der Kugel. Aus diesem Grund ist das erste Kapitel des Buches dieser kontinuierlichen Transformation gewidmet. Um einen Einblick in die Hintergründe zu erhalten, sollte der mathematisch interessierte Leser wenigstens die Abschnitte 1.1 bis 1.4 lesen.

Bei allen Anwendungen steht natürlich die diskrete Transformation im Vordergrund. Die Herleitung einer schnellen Transformation, die sogar noch schneller als die schnelle Fourier-Transformation ist, erlaubt den praktischen Einsatz der Wavelet-Transformation. Verschieben und Stauchen bilden eine Gruppe, es existieren aber keine endlichen Untergruppen, so daß eine aufwendigere Herleitung als bei der Fourier-Transformation erforderlich ist. Theoretischer Hintergrund ist die Erzeugung einer Folge aufsteigender Unterräume, der Multi-Skalen-Analyse. Dies ist der Gegenstand des zweiten Kapi-

tels, in dem die wünschenswerten Eigenschaften und deren Realisierung in einer und mehreren Dimensionen beschrieben sind. Wer sich von der Einfachheit der Algorithmen überzeugen will, sollte sich Abschnitt 2.3 vornehmen. Eine gezielte Anwendung der Wavelet-Transformation erfordert wegen der Vielfalt der Wavelets allerdings einen Einblick in die Hintergründe, dazu ist dann Abschnitt 2.2 nötig.

Das letzte Kapitel des Buches ist ganz unterschiedlichen Anwendungen gewidmet. Aus "historischen" Gründen steht eine Datenanalyse am Anfang, Qualitätsbeurteilung und Datenkompression bei Bildern folgen als zweidimensionale Anwendungen. Es schließen sich dann die Verwendung von Wavelets bei gewöhnlichen und partiellen Differentialgleichungen sowie bei Integralgleichungen und schlecht gestellten Problemen an. Der Einsatz bei realen Daten überzeugt von den Vorteilen und den Verwendungsmöglichkeiten der Wavelets. Die schon erwähnte stürmische Entwicklung von Theorie und Anwendungen der Wavelets erforderte natürlich eine Auswahl, die immer von den Vorlieben der Autoren abhängen wird.

Es bestehen mehrere Möglichkeiten, an dieses Buch heranzugehen. Wer durch Anwendungsprobleme motiviert ist, kann einen Zugang im dritten Kapitel finden, die schnelle Wavelet-Transformation ist im Abschnitt 2.3 nachzulesen, Ansätze für die Auswahl des einzusetzenden Wavelets befinden sich in den anderen oben angegebenen Abschnitten. Zum Selbststudium oder zu einer Vorlesung ist dieser Weg ebenfalls geeignet. Eine Vorlesung im Bereich der Mathematik wird im allgemeinen dem Weg des Buches folgen und den Abschluß in einem der Anwendungsbeispiele finden.

Das vorliegende Buch geht auf eine Zeit zurück, in der die Autoren an der Technischen Universität in Berlin tätig waren. Jeweils einjährige USA-Aufenthalte von zwei der Autoren bei dortigen Forschergruppen haben die Arbeit an dem Buch zwar nicht beschleunigt, aber den Inhalt positiv beeinflusst.

An dieser Stelle soll allen gedankt werden, die zum Entstehen dieses Buches beigetragen haben. Besonderer Dank gilt einer Kollegin, die im Stil des Rätsels einer großen Wochenzeitschrift im Vorwort versteckt genannt ist.

Saarbrücken und Potsdam, im September 1994  
A.K. Louis, P. Maaß, A. Rieder