

Inhaltsverzeichnis

<i>Prolog. Die Elemente des EUKLID</i>	1
1. EUKLID 2. Axiome 3. Über die Sprache der Geometrie	
 <i>Kapitel I. Grundlagen der ebenen euklidischen Geometrie</i>	4
Einleitung	4
§1. Affine Ebenen	6
1. Inzidenz-Axiome 2. Richtungen 3. Ordnung 4. Beispiele 5. Affine Isomorphismen 6.* Über das Parallelen-Axiom von EUKLID bis GAUSS	
§2. Translationsebenen	15
1. Dilatationen 2. Fixgeraden 3. Translationen 4. Translations-Axiom 5. \mathbb{P} als additive Gruppe 6. Multiplikatoren-Schiefkörper 7. Beschreibung der Dilatationen 8. Automorphismen	
§3. Affine Koordinatenebenen	28
1. Satz von DESARGUES 2. DESARGUES-Ebenen 3. Affine Koordinatenebenen 4. Koordinatenebenen als DESARGUES-Ebenen 5.* Ausblicke	
§4. PAPPUS-Ebenen	36
1. Satz von PAPPUS 2. Dreimal PAPPUS ist DESARGUES 3. Äquivalenzsatz 4. Satz von WEDDERBURN	
§5. Euklidische Ebenen	40
1. Einleitung 2. Normierte Gruppen 3. Metrische Translationsebenen 4. Euklidische Ebenen 5. Hauptsatz für euklidische Ebenen	
 <i>Kapitel II. Affine Geometrie in Koordinatenebenen</i>	48
Einleitung	48
§1. Schnittpunkte von Geraden	49
1. Erinnerung an die Lineare Algebra 2. Determinantenfunktion 3. Geraden 4. Schnittpunkte 5. Die affine Gruppe 6. Die alternierende Funktion $[x, y, z]$ 7. Geometrische Interpretation der Addition	
§2. Erste Schnittpunktsätze	60
1. Strahlensätze 2. Satz von DESARGUES 3. Satz von PAPPUS 4. Satz von PASCAL 5.* Vollständiges Viereck 6.* Allgemeiner Satz von DESARGUES	
§3. Anfänge einer Dreiecks-Geometrie	67
1. Dreiecke 2. Schwerpunktsatz 3.* Schwerpunkt von endlich vielen Punkten 4.* Das Analogon eines Flächenmaßes	

§4*.	Dreieckskoordinaten	71
	1. Definition 2. Geradengleichung 3. Parabel durch drei Punkte	
§5.	Die Sätze von MENELAOS und CEVA	74
	1. Ein Geradenmaß 2. Regula sex quantitatum 3. Historisches 4*. Ein Produkt auf den Geraden	
§6*.	Das Doppelverhältnis	78
	1. Definition 2. Harmonische Punkte	
§7*.	BROCARDSche Punkte	82
	1. Eine quadratische Form 2. Der Ansatz von BROCARD 3. Eine Verallgemeinerung 4. Analoge Punkte	
	<i>Kapitel III. Analytische Geometrie in der euklidischen Ebene</i>	86
	Einleitung	86
	Gültigkeitsbereich*	87
§1.	Die reelle euklidische Ebene	88
	1. Das Skalarprodukt 2. Die Abbildung $x \mapsto x^\perp$ 3. Der Zusammenhang zwischen $[x, y]$ und $\langle x, y \rangle$ 4. Betrag und Abstand 5. Winkel 6. Die orthogonale Gruppe 7. Die Bewegungen der Ebene 8. Kongruenz und Ähnlichkeit 9.* Bewegungsinvarianten	
§2.	Das Dreieck	100
	Einleitung 1. Erste metrische Sätze 2. Geradengleichung 3. Abstand eines Punktes von einer Geraden 4. Mittelsenkrechte im Dreieck 5. Höhen im Dreieck 6. Halbebenen 7. Winkelhalbierende 8. Rechtwinklige Dreiecke 9.* Orientierte Flächen	
§3.	Trigonometrie	117
	1. Kongruenz-Sätze 2. Formel von HERON 3. Tangens-Satz 4. Relationen zwischen den Winkeln 5. Abstände zwischen vier Punkten 6.* Satz von MORLEY	
§4.	Geometrie und Arithmetik	123
	1. Pythagoräische Tripel 2. Die rationalen Punkte des Einheitskreises 3. Heronische Dreiecke 4. Satz von PICK	
	<i>Kapitel IV. Das Dreieck und seine Kreise</i>	131
	Einleitung	131
§1.	Der Kreis	131
	1. Mittelpunktsgleichung 2. Tangente 3. Kreis und Gerade 4. Polare 5.* Mehrere Kreise 6.* Satz von BODENMILLER 7.* Die Stereographische Projektion	

Inhaltsverzeichnis	ix
§2. Der Umkreis eines Dreiecks	144
1. Existenzsatz 2. Peripheriewinkel 3. EULER-Gerade 4. FEUERBACH-Kreis 5.* Mittendreieck 6.* Höhenfußpunkt-Dreieck 7.* WALLACE-Gerade	
§3*. Vier Punkte auf einem Kreis	156
1.* Vierecke 2.* Sehnenvierecke 3.* Satz von PTOLEMAEUS 4.* Satz von MIQUEL	
§4. Die Berührungskreise eines Dreiecks	160
Einleitung 1. Mittelpunkte und Radien 2. Satz von LEIBNIZ 3. Folgerungen 4. Satz von FEUERBACH	
<i>Kapitel V. Kegelschnitte</i>	168
Einleitung	168
§1. Ellipsen und Hyperbeln	169
1. Ellipse 2. Hyperbel 3. Gemeinsame Beschreibung 4. Hauptachsentransformation 5. Tangenten 6. Brennpunkt-Tangenten-Abstand 7. Einhüllende Tangentenschar 8. Asymptoten einer Hyperbel 9.* Beschreibung durch Kreise	
§2. Die Parabel	184
1. Definition 2. Tangenten 3. Brennpunkt-Tangenten-Abstand	
§3. Die allgemeine Kurve zweiten Grades	188
1. Vorbemerkungen 2. Die allgemeine Gleichung zweiten Grades 3. Normalform 4. Klassifikation der Kurven zweiten Grades 5. Affine Normalformen 6. Kurven zweiten Grades als Kegelschnitte 7. Infinitesimale Beschreibung einer Tangente	
§4. Scheitel- und Brennpunktgleichung	197
1. Kurven mit Leitlinien 2. Scheitelgleichung 3. Zusammenhang zwischen Scheitelgleichung und Mittelpunktsgleichung 4. Brennpunktgleichung	
§5. Der Fünf-Punkte-Satz und der Satz von PASCAL	202
1. Problemstellung 2. Schnittpunkte 3. Ein Polynom zweiten Grades 4. Fünf- Punkte-Satz 5. Satz von PASCAL 6. Beschreibung mit Determinanten	
<i>Kapitel VI. Grundlagen der ebenen projektiven Geometrie</i>	211
Einleitung	211
§1. Projektive Ebenen	212
1. Die Axiome 2. Die projektive Ebene über K 3. Die Konstruktion einer projektiven Ebene 4. Die Konstruktion einer affinen Ebene 5. Projektive Isomorphismen 6. Dualität	

§2. Die projektive Ebene über einem Körper	220
1. Punkte und Geraden 2. Die Automorphismengruppe 3. Dualität 4. Der Satz von DESARGUES 5. Der Satz von PAPPUS/PASCAL	
§3. Die reelle projektive Ebene	229
1. Das Vektorprodukt 2. Quadriken 3. Der Fünf-Punkte-Satz 4. Tangenten 5. Der Satz von PASCAL	
<i>Literaturverzeichnis</i>	238
<i>Symbolverzeichnis</i>	241
<i>Sachverzeichnis</i>	243