

---

# Inhaltsverzeichnis

## 1. Mengen und Abbildungen

1.1 Mengen .....	1
1.2 Abbildungen .....	8
1.3 Test .....	14
1.4 Literaturhinweis .....	16
1.5 Übungen .....	18

## 2. Vektorräume

2.1 Reelle Vektorräume .....	20
2.2 Komplexe Zahlen und komplexe Vektorräume .....	26
2.3 Untervektorräume .....	30
2.4 Test .....	32
2.5 Körper (Ein Abschnitt für Mathematiker) .....	34
2.6 Was sind Vektoren? (Ein Abschnitt für Physiker) .....	38
2.7 Komplexe Zahlen vor 400 Jahren (Historische Notiz) .....	51
2.8 Literaturhinweis .....	52
2.9 Übungen .....	53

## 3. Dimensionen

3.1 Lineare Unabhängigkeit .....	56
3.2 Der Dimensionsbegriff .....	60
3.3 Test .....	65
3.4 Beweis des Basisergänzungssatzes und des Austauschlemmas (Ein Abschnitt für Mathematiker) .....	67
3.5 Das Vektorprodukt (Ein Abschnitt für Physiker) .....	70
3.6 Der "Steinitzsche Austauschsatz" (Historische Notiz) .....	76
3.7 Literaturhinweis .....	77
3.7 Übungen .....	78

## 4. Lineare Abbildungen

4.1 Lineare Abbildungen .....	80
4.2 Matrizen .....	88
4.3 Test .....	95
4.4 Quotientenvektorräume (Ein Abschnitt für Mathematiker) .....	97
4.5 Drehungen und Spiegelungen des $\mathbb{R}^2$ (Ein Abschnitt für Physiker) .....	101
4.6 Historische Notiz .....	106
4.7 Literaturhinweis .....	106
4.8 Übungen .....	107

## 5. Matrizenrechnung

5.1 Multiplikation .....	110
5.2 Rang einer Matrix .....	116
5.3 Elementare Umformungen .....	117
5.4 Test .....	120
5.5 Wie invertiert man eine Matrix? (Ein Abschnitt für Mathematiker) .....	122
5.6 Mehr über Drehungen und Spiegelungen (Ein Abschnitt für Physiker) .....	126
5.7 Historische Notiz .....	131
5.8 Literaturhinweis .....	132
5.8 Übungen .....	133

## 6. Die Determinante

6.1 Die Determinante .....	135
6.2 Berechnung von Determinanten .....	140
6.3 Die Determinante der transponierten Matrix .....	143
6.4 Eine Determinantenformel für die inverse Matrix .....	145
6.5 Determinante und Matrizenprodukt .....	147
6.6 Test .....	149
6.7 Determinante eines Endomorphismus .....	151
6.8 Die Leibnizsche Formel .....	153
6.9 Historische Notiz .....	155
6.10 Literaturhinweis .....	155
6.11 Übungen .....	156

## 7. Lineare Gleichungssysteme

7.1	Lineare Gleichungssysteme .....	158
7.2	Die Cramersche Regel .....	161
7.3	Der Gaußsche Algorithmus .....	162
7.4	Test .....	166
7.5	Mehr über lineare Gleichungssysteme .....	168
7.6	Wiegen mit der Kamera (Ein Abschnitt für Physiker) .....	171
7.7	Historische Notiz .....	175
7.8	Literaturhinweis .....	175
7.9	Übungen .....	176

## 8. Euklidische Vektorräume

8.1	Skalarprodukte .....	178
8.2	Orthogonale Vektoren .....	182
8.3	Orthogonale Abbildungen .....	187
8.4	Gruppen .....	189
8.5	Test .....	192
8.6	Literaturhinweis .....	194
8.7	Übungen .....	194

## 9. Eigenwerte

9.1	Eigenwerte und Eigenvektoren .....	197
9.2	Das charakteristische Polynom .....	201
9.3	Test .....	204
9.4	Polynome (Ein Abschnitt für Mathematiker) .....	206
9.5	Literaturhinweis .....	210
9.6	Übungen .....	210

## 10. Die Hauptachsen-Transformation

10.1	Selbstadjungierte Endomorphismen .....	212
10.2	Symmetrische Matrizen .....	214
10.3	Die Hauptachsen-Transformation für selbstadjungierte Endomorphismen .....	218
10.4	Test .....	222
10.5	Literaturhinweis .....	224
10.6	Übungen .....	225

**11. Klassifikation von Matrizen**

11.1 Was heißt "Klassifizieren"?.....227  
11.2 Der Rangsatz .....232  
11.3 Die Jordansche Normalform.....234  
11.4 Nochmals die Hauptachsentransformation .....237  
11.5 Der Sylvestersche Trägheitssatz .....238  
11.6 Test .....244  
11.7 Literaturhinweis .....246  
11.8 Übungen .....247

**Antworten zu den Tests.....249**

**Literaturverzeichnis .....264**

**Register .....266**