4. Eigenschaften und Dimensionierung von Koaxialkabeln, Streifenleitungen, Finleitungen, Richtkopplern und Hochfrequenzfiltern

4.1 Begriff des Feldwellenwiderstandes

Analog dem in der Leitungstheorie verwendeten Begriff des Leitungswellenwiderstandes benutzt man bei der Behandlung von Feldern den sog. „Feldwellenwiderstand". Unter dem Feldwellenwiderstand[1] Z_F versteht man bei einer rein fortschreitenden Welle das Verhältnis der transversalen Feldkomponenten E und H:

$$Z_F = \frac{E}{H}. \tag{4.1/1}$$

Entsprechend dieser Definition darf man im Falle stehender Wellen zur Berechnung von Z_F entweder nur die hinlaufende Welle mit den Transversalkomponenten E_p und H_p berücksichtigen oder nur die rücklaufende Welle mit E_r und H_r.

$$Z_F = \frac{E_p}{H_p} = -\frac{E_r}{H_r}. \tag{4.1/2}$$

Von dem Feldwellenwiderstand zu unterscheiden ist der Feldwiderstand Z_{F_1} an einem bestimmten Querschnitt 1

$$Z_{F_1} = \frac{E_p + E_r}{H_p + H_r}. \tag{4.1/3}$$

Z_{F_1} ist also eine ortsabhängige und von dem weiteren Verlauf der Welle beeinflußte Größe. Dagegen ist der Feldwellenwiderstand für eine Leitungswelle (L- oder TEM-Welle) (s. Kap. 5) nur durch die Materialkonstanten des Mediums und (in geringem Maße) der Leiter bestimmt und damit bei homogenem Medium ortsunabhängig. Das Verhältnis E_p/H_p hat bei hohen Frequenzen einen festen Wert:

$$\frac{E_p}{H_p} = Z_F = \sqrt{\frac{\mu_0 \mu_r}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}} = Z_0 \sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}}. \tag{4.1/4}$$

Dabei ist

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120\pi\Omega = 377\Omega \tag{4.1/5}$$

der Feldwellenwiderstand des freien Raumes (Vakuum). Der Feldwellenwiderstand von Luft stimmt wegen $\mu_r = 1$ und $\varepsilon_r \approx 1{,}0006$ praktisch mit Z_0 überein.

---

[1] Z_F ist im allgemeinen komplex. Näherungsweise kann aber bei Frequenzen über 10 kHz der Imaginärteil vernachlässigt werden, wie beim Leitungswellenwiderstand nach Gl. (2.1/28). Wie in [15] gezeigt wird, sind beide Näherungen vom gleichen Grade.

In Leitungen und Kabeln ist oft $\mu_r = 1$, aber $\varepsilon_r > 1$ und damit

$$Z_F = \frac{Z_0}{\sqrt{\varepsilon_r}} < 377\Omega\,.$$

Der auf der Basis von Spannung und Strom bestimmte Leitungswellenwiderstand unterscheidet sich bei festgelegter Strom- und Spannungsdefinition vom Feldwellenwiderstand nur durch einen von der Leitungsquerschnittgeometrie abhängigen Zahlenfaktor.

4.2 Leitungswellenwiderstand und Kapazitätsbelag

Aus $v = 1/\sqrt{L'C'}$ und $Z_L = \sqrt{L'/C'}$ (s. Kap. 2) folgt ein unmittelbarer Zusammenhang zwischen dem Leitungswellenwiderstand Z_L und dem Kapazitätsbelag C':

$$Z_L v = \sqrt{\frac{L'}{C'}}\,\frac{1}{\sqrt{L'C'}} = \frac{1}{C'} \tag{4.2/1}$$

oder mit der Phasengeschwindigkeit $v = \omega/\beta = c/\sqrt{\varepsilon_r}$,

$$Z_L = \frac{\sqrt{\varepsilon_r}}{C'}\,\frac{1}{c}\,. \tag{4.2/2}$$

Mit $c = 1/\sqrt{\mu_0\varepsilon_0} \approx 3\cdot 10^{10}\,\mathrm{cm/s}$ erhält man

$$Z_L = \frac{\sqrt{\varepsilon_r}}{C'}\,\frac{1}{3\cdot 10^{10}}\,\frac{\mathrm{s}}{\mathrm{cm}}$$

und, da $\frac{\mathrm{s}}{\Omega} = 1\,\mathrm{F}$ bzw. $\frac{1}{10^{12}}\,\frac{\mathrm{s}}{\Omega} = 1\,\mathrm{pF}$, folgt die zugeschnittene Größengleichung

$$Z_L = 33{,}3\Omega\sqrt{\varepsilon_r}\,\frac{\mathrm{pF/cm}}{C'}\,. \tag{4.2/3}$$

Es ist also zur Kenntnis des Wellenwiderstandes Z_L einer Leitung nicht notwendig, Induktivitätsbelag L' und Kapazitätsbelag C' zu kennen, vielmehr genügt es, C' allein z. B. durch eine Kapazitätsmessung an einem am Ende offenen Stück der Leitung zu bestimmen. Z_L und C' sind dann nach Gl. (4.2/3) einander umgekehrt proportional.

4.3 Leitungswellenwiderstand und Induktivitätsbelag

Analog der Betrachtung im vorigen Abschnitt folgt durch Division von $Z_L = \sqrt{L'/C'}$ durch $v = 1/\sqrt{L'C'}$

$$\frac{Z_L}{v} = L'\,. \tag{4.3/1}$$

Mit

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}}, \quad c \approx 3 \cdot 10^{10}\ \text{cm/s und } 1\,\Omega\text{s} = 1\,\text{H}$$

ergibt sich

$$\frac{Z_L}{\Omega} = \frac{L'}{\sqrt{\varepsilon_r}} 3 \cdot 10^{10} \frac{\text{cm}}{\Omega\text{s}} = \frac{30}{\sqrt{\varepsilon_r}} \frac{L'}{\text{nH/cm}}. \tag{4.3/2}$$

Wellenwiderstand und Induktivitätsbelag L' sind also einander proportional. Gl. (4.3/2) gilt wie Gl. (4.2/3) für beliebige geometrische Abmessungen von Kabel oder Doppelleitung. Der Induktivitätsbelag L' kann aus der Messung der Induktivität eines Kabelstücks mit kurzgeschlossenem Ende mit einer Meßfrequenz ermittelt werden, bei der die Wellenlänge mindestens um den Faktor 30 größer sein muß als die Länge des Kabelstücks ($l \leq \lambda/30$).

4.4 Übertragene Leistung und Leistungsdichte

Die in einem Kabel übertragene Leistung P ist bei Anpassung ($Z_2 = Z_W = Z_L$ für Frequenzen $f > 10$ kHz)

$$P = \tilde{U}\tilde{I} = \frac{\tilde{U}^2}{Z_L} = \tilde{I}^2 Z_L. \tag{4.4/1}$$

Darin sind $\tilde{U}$ und $\tilde{I}$ Effektivwerte. Diese übertragene Leistung ist streng zu unterscheiden von der in den Leitern entstehenden Verlustleistung $\int \tilde{I}^2 R' \mathrm{d}z$ und der im Dielektrikum erzeugten Verlustwärme $\int \tilde{U}^2 G' \mathrm{d}z$. Im felderfüllten Raum ist

$$P = \int\int S \mathrm{d}A = \int\int S_Z \mathrm{d}b\,\mathrm{d}a. \tag{4.4/2}$$

Hierin ist $S_Z = \tilde{E}\tilde{H}$ der zeitliche Mittelwert der Leistungsdichte (zeitlicher Mittelwert des Poyntingschen Vektors S) und $\mathrm{d}A = \mathrm{d}b\,\mathrm{d}a$ die von S_Z senkrecht durchdrungene Fläche.

$\tilde{E}$ ist der Effektivwert der elektrischen Transversalfeldstärke, $\tilde{H}$ der Effektivwert der magnetischen Transversalfeldstärke.

Nun ist

$$\tilde{E}\,\mathrm{d}a = \mathrm{d}\tilde{U} \qquad \text{und} \qquad \tilde{H}\,\mathrm{d}b = \mathrm{d}\tilde{I}.$$

Damit erhält man

$$P = \int\int \tilde{E}\tilde{H}\,\mathrm{d}b\,\mathrm{d}a = \int\int \mathrm{d}\tilde{U}\,\mathrm{d}\tilde{I},$$

also

$$P = \tilde{U}\tilde{I}. \tag{4.4/3}$$

4.5 Spannungsbeanspruchung, Leitungsdämpfung und Wärmebegrenzung bei Leistungskabeln

Die größte Beanspruchung des Dielektrikums tritt in einem felderfüllten Raum dort auf, wo die elektrische Feldstärke am größten ist. Bei einem Koaxialkabel ist dies an

der Oberfläche des Innenleiters der Fall. Legt man nämlich an ein Kabel mit dem Kapazitätsbelag C' die Spannung U an, so stellt sich an Innen- und Außenleiter der Ladungsbelag $Q' = C'U$ ein. Aus der Forderung, daß der dielektrische Fluß, der eine Potentialfläche durchdringt, gleich der von ihr umschlossenen Ladung sein muß ($\oint D \mathrm{d}A = Q$), ergibt sich für das Koaxialkabel

$$\varepsilon_0 \varepsilon_r E 2\pi r \Delta z = Q' \Delta z \tag{4.5/1}$$

und

$$E = \frac{Q'}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{1}{r} = \frac{C'U}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{1}{r}. \tag{4.5/2}$$

Hat der Innenleiter den Durchmesser d, tritt an seiner Oberfläche die maximale Feldstärke

$$E_{\max} = \frac{C'U}{\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{1}{d} = \frac{2U}{d \ln D/d} \tag{4.5/3}$$

auf. Da diese Feldstärke $E_{\max}$ mit Rücksicht auf die Durchschlagsfestigkeit des Dielektrikums einen bestimmten höchstzulässigen Wert nicht überschreiten darf, ist bei einem vorgegebenen Kabel die zulässige Spannung $U_{\max}$ nach Gl. (4.5/3) begrenzt. Damit beträgt bei zeitlich sinusförmig verlaufender Spannung die größte übertragbare Leistung des Kabels

$$P_{\max} = \frac{U_{\max}^2}{2Z_L}, \tag{4.5/4}$$

wenn das Kabel mit seinem Wellenwiderstand abgeschlossen ist. Diese Leistung kann in der Praxis nur dann übertragen werden, wenn die auftretende Verlustwärme das Kabel thermisch nicht überlastet.

Speist man eine Leitung mit dem Dämpfungsbelag α an ihrem Anfang ($z = 0$) mit der Leistung $P_0 = \tilde{I}_0 \tilde{U}_0$, so tritt an der Stelle z die Leistung

$$P(z) = \tilde{I}_0 \mathrm{e}^{-\alpha z} \tilde{U}_0 \mathrm{e}^{-\alpha z} = P_0 \mathrm{e}^{-2\alpha z} \tag{4.5/5}$$

durch den Leitungsquerschnitt. Der Leistungsverlust p_v pro Längeneinheit, der als Wärme an die Umgebung abgeführt werden muß, ist dann

$$p_v = -\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}z} = 2\alpha P_0 \mathrm{e}^{-2\alpha z} = 2\alpha P. \tag{4.5/6}$$

Der Dämpfungsbelag α einer Leitung ist für Frequenzen > 10 kHz

$$\alpha \approx \frac{1}{2}\frac{R'}{Z_L} + \frac{1}{2}G'Z_L = \alpha_R + \alpha_G \qquad Z_L \approx Z_W, \tag{4.5/7}$$

wie man aus Gl. (2.1/10) und (2.1/28) entnehmen kann. Der Anteil $\alpha_R = \frac{1}{2}R'/Z_L$ stellt dabei den Belag der Stromdämpfung (Widerstandsdämpfung) und der Anteil $\alpha_G = \frac{1}{2}G'Z_L$ den Belag der Spannungsdämpfung (Ableitungsdämpfung) dar. Für die letztere erhält man mit Gl. (4.2/2) und mit der Beziehung für den Verlustwinkel δ_G des Dielektrikums

$$\tan\delta_G = \frac{G'}{\omega C'}$$

den Zusammenhang

$$\frac{1}{2}G'Z_L = \frac{1}{2}\omega C' \tan\delta_G \frac{\sqrt{\varepsilon_r}}{C'}\frac{1}{c} \tag{4.5/8}$$

$$\alpha_G = \pi f \frac{\sqrt{\varepsilon_r}}{c} \tan\delta_G. \tag{4.5/9}$$

Setzt man für c den Wert für die Lichtgeschwindigkeit ein, so ist

$$\alpha_G \approx 1{,}05 f\sqrt{\varepsilon_r}\tan\delta_G \frac{10^{-2}}{\mathrm{m\,MHz}}. \tag{4.5/10}$$

Zu beachten ist, daß $\tan\delta_G$ im allgemeinen frequenzabhängig ist, bei den meisten technisch verwandten Kabelisolierstoffen jedoch im interessierenden Frequenzbereich nahezu konstant ist.

Der Belag der Widerstandsdämpfung $\alpha_R = \frac{1}{2}R'/Z_L$ wird durch den Widerstand von Hin- und Rückleiter bestimmt. Wenn an beiden Leitern Stromverdrängung auftritt, fließt der Strom nur an der dem Feld zugekehrten Oberfläche des Leiters, und der wirksame Leiterquerschnitt beträgt Umfang mal Eindringtiefe δ.

Hat z. B. bei einem Koaxialkabel der Außenleiter den Innendurchmesser D und der Innenleiter den Durchmesser d, und haben beide den spezifischen Widerstand ϱ, so ist der gesamte Widerstandsbelag

$$R' = \varrho\left(\frac{1}{\pi d\delta} + \frac{1}{\pi d\delta}\right) = R_\square \frac{1}{\pi}\left(\frac{1}{d} + \frac{1}{D}\right). \tag{4.5/11}$$

$R_\square$ ist der Flächenwiderstand. Er beträgt bei hohen Frequenzen

$$R_\square = \frac{\varrho}{\delta} = \sqrt{\pi\varrho\mu f} \tag{4.5/12}$$

$$\alpha_R = \frac{1}{2Z_L}\frac{1}{\pi}\left(\frac{1}{d} + \frac{1}{D}\right)\sqrt{\pi\varrho\mu f}. \tag{4.5/13}$$

Aus Gl. (4.5/9) erkennt man, daß $\alpha_G \sim f$ ist. Dabei ist vorausgesetzt, daß $\tan\delta_G$ frequenzunabhängig ist. Nach Gl. (4.5/13) ist dann $\alpha_R \sim \sqrt{f}$. Bei Verwendung eines geeigneten Dielektrikums ist für $f < 100$ MHz α_G gegen α_R vernachlässigbar. Die spezifische Verlustleistung p_v ist dann

$$p_v \approx 2\alpha_R P \sim \sqrt{f}P$$

[vgl. Gl. (4.5/6)]. Soll p_v einen bestimmten höchstzulässigen Wert nicht überschreiten, so muß das Produkt $P\sqrt{f}$ konstant gehalten werden. Die übertragbare Leistung fällt also mit der Wurzel aus der Frequenz (Abb. 4.5/1). Während sie bei tiefen Frequenzen

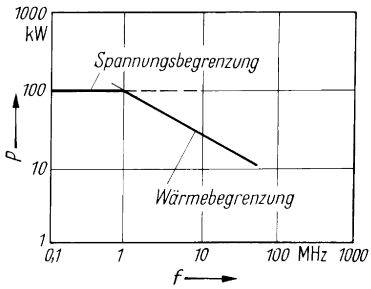


Abb. 4.5/1. Übertragbare Leistung eines Kabels in Abhängigkeit von der Frequenz (schematisch). Die Eckfrequenz liegt zufällig bei 1 MHz

durch die Spannung begrenzt ist, erfolgt also bei höheren Frequenzen die Begrenzung durch die höchstzulässige Erwärmung. Die Wärmeleistung, die maximal abgeführt werden kann, hängt vom Durchmesser des Kabels und von der Wärmeleitfähigkeit der Isolierung ab. Bei einer Übertemperatur des Innenleiters von 40 °C liegt sie bei etwa 20 · · · 100 W/m.

4.6 Optimale Koaxialkabel

Wenn man bei einem Koaxialkabel die Spannungsfestigkeit erhöhen, die Dämpfung verringern oder die übertragbare Leistung vergrößern will, so könnte man dies durch Vergrößern des Querschnitts erreichen. Aus wirtschaftlichen Erwägungen strebt man jedoch danach, bei gegebenem Außendurchmesser möglichst günstige Eigenschaften zu erzielen. Dies ist bei vorgegebenem Dielektrikum nur durch geeignete Wahl des Innenleiterdurchmessers möglich.

4.6.1 Wellenwiderstand des Koaxialkabels

Um die oben angedeuteten Untersuchungen durchführen zu können, berechnen wir zunächst den Wellenwiderstand Z_L eines Koaxialkabels, dessen Außenleiter die lichte Weite D und dessen Innenleiter den Durchmesser d hat (Abb. 4.6/1). Den Kapazitätsbelag C' erhalten wir aus Gl. (4.5/2), indem wir aus $E = E_r$ die Kabelspannung U berechnen.

$$U = \int_{d/2}^{D/2} E_r dr = \frac{Q'}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \int_{d/2}^{D/2} \frac{dr}{r} = \frac{Q'}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \ln\frac{D}{d}$$

$$C' = \frac{Q'}{U} = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}{\ln\frac{D}{d}}. \tag{4.6/1}$$

Mit Gl. (4.3/5) und mit $c = 1/\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$ ergibt sich dann für den Wellenwiderstand des Koaxialkabels

$$Z_L = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\,\frac{\ln\frac{D}{d}}{2\pi\sqrt{\varepsilon_r}}. \tag{4.6/2}$$

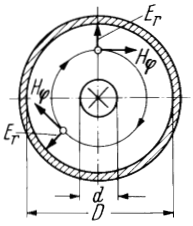


Abb. 4.6/1. Querschnittsabmessungen eines Koaxialkabels

Nach Gl. (4.1/5) ist $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} = 120\,\pi\Omega$, so daß

$$\underline{Z_L = \frac{60\,\Omega}{\sqrt{\varepsilon_r}} \ln \frac{D}{d}} \tag{4.6/3}$$

wird. In Abb. (4.6/2) ist Z_L in Abhängigkeit von D/d dargestellt.

4.6.2 Kabel minimaler Dämpfung

In der Weitverkehrstechnik sind Kabel von Interesse, bei denen die Dämpfung möglichst klein ist. Wir suchen daher den Wert des Leitungswellenwiderstandes Z_L, bei dem für eine gegebene lichte Weite D des Außenleiters der Dämpfungsbelag $\alpha = \alpha_R + \alpha_G$ möglichst klein wird.[1] Aus Gl. (4.5/9) ersieht man, daß α_G unabhängig vom Leitungsquerschnitt und damit für die folgenden Betrachtungen eine Konstante ist. Zu untersuchen bleibt dann nur noch $\alpha_R = \frac{1}{2} R'/Z_L$. Mit Gl. (4.6/3) und Gl. (4.5/11) erhalten wir für

$$\alpha_R = \frac{R_{\square}\sqrt{\varepsilon_r}}{\pi D 120\,\Omega} \frac{1 + \frac{D}{d}}{\ln \frac{D}{d}}$$

und unter Berücksichtigung von Gl. (4.1/5)

$$\alpha_R = \frac{R_{\square}\sqrt{\varepsilon_r}}{Z_0 D} \frac{1 + \frac{D}{d}}{\ln \frac{D}{d}} . \tag{4.6/4}$$

In Abb. (4.6/2) ist die Funktion

$$f_\alpha \equiv \alpha_R \frac{Z_0 D}{R_{\square}\sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{1 + \frac{D}{d}}{\ln \frac{D}{d}}$$

in Abhängigkeit von D/d dargestellt.

Setzt man $x = D/d$ als einzige Variable an, so ist $f_\alpha = (1 + x)/\ln x = u(x)/v(x)$ dann ein Minimum, wenn $d/dx(u/v) = 0$ oder $u/v = u'(x)/v'(x)$ ist

$$\text{oder} \qquad \frac{1 + x_{(\alpha)}}{\ln x_{(\alpha)}} = \frac{1}{\frac{1}{x_{(\alpha)}}} .$$

Als Lösung dieser transzendenten Gleichung erhält man

$$x_{(\alpha)} = \left(\frac{D}{d}\right)_{(\alpha)} = 3{,}6 \qquad \text{bzw.} \qquad \ln\left(\frac{D}{d}\right)_{(\alpha)} = 1\,28 ,$$

[1] Bei konstantem Verhältnis D/d sinkt die Widerstandsdämpfung proportional $1/D$, aber die Kabelkosten wachsen etwa proportional D, so daß man D so gering wie möglich hält.

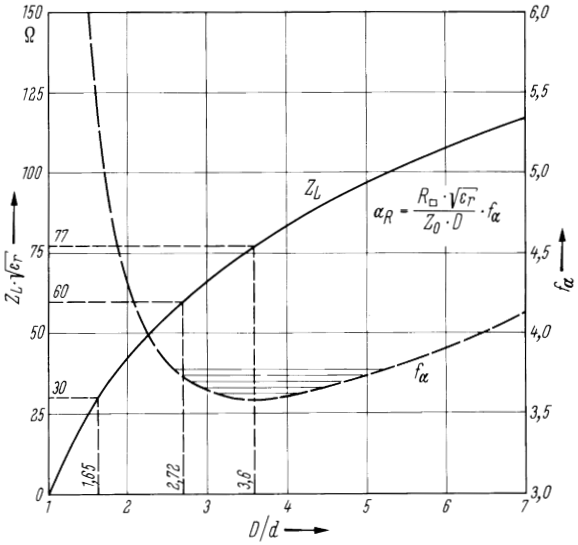


Abb. 4.6/2. Wellenwiderstand und Dämpfung α_R eines Koaxialkabels in Abhängigkeit vom Durchmesserverhältnis D/d. In dem eingezeichneten Toleranzfeld bedeutet eine Linie jeweils 1% Abweichung vom Optimum

das Kabel minimaler Dämpfung hat danach einen Wellenwiderstand

$$Z_{L(\alpha)} = \frac{77\Omega}{\sqrt{\varepsilon_r}} \,. \tag{4.6/5}$$

Bestehen Außen- und Innenleiter aus verschiedenem Material – z. B. Außenleiter aus Aluminium, Innenleiter aus Kupfer – , so sind die Flächenwiderstände verschieden groß. Das gleiche gilt, wenn der Außenleiter nicht aus Kupferrohr, sondern aus Kupfergeflecht besteht. Dabei ändern sich die optimalen Abmessungen [2]. In dem zuletzt angegebenen Fall z. B. erhält man für den dämpfungsmäßig optimalen Wellenwiderstand

$$Z_{L(\alpha)} \approx 95\,\Omega/\sqrt{\varepsilon_r} \,.$$

4.6.3 Kabel größter Spannungsfestigkeit

In Abschn. 4.5 ist bereits von der Spannungsbeanspruchung eines Kabels gesprochen worden. Jetzt soll untersucht werden, welchen Leitungswellenwiderstand ein Kabel besitzen muß, das bei gegebener lichter Weite D des Außenleiters und gegebener Betriebsspannung U am Innenleiter eine möglichst kleine Feldstärke aufweist.

Nach Gl. (4.5/3) beträgt die Feldstärke am Innenleiter

$$E_{\max} = \frac{C'U}{\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{1}{d} \,.$$

Ersetzt man darin C' nach Gl. (4.6/1), so erhält man

$$E_{\max} = \frac{2U}{D}\frac{\frac{D}{d}}{\ln\frac{D}{d}} \equiv \frac{2U}{D} f_E \,. \tag{4.6/6}$$

Führt man wieder, wie in Abschn. 4.6/2, eine Extremwertrechnung durch, so findet

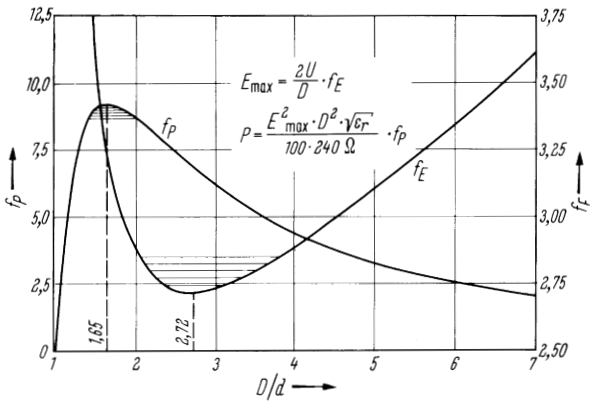


Abb. 4.6/3. Feldstärke am Innenleiter und übertragbare Leistung beim Koaxialkabel. In dem eingezeichneten Toleranzfeld bedeutet eine Linie jeweils 1% Abweichung vom Optimum

man für die Bedingung kleinster Feldstärke am Innenleiter

$$\ln\left(\frac{D}{d}\right)_{(E)} = 1 \qquad \text{bzw.} \qquad \left(\frac{D}{d}\right)_{(E)} = 2{,}718.$$

Damit wird nach Gl. (4.6/3)

$$Z_{L(E)} = \frac{60\,\Omega}{\sqrt{\varepsilon_r}}. \tag{4.6/7}$$

Abbildung 4.6/3 zeigt die Funktion

$$f_E = \frac{\frac{D}{d}}{\ln\frac{D}{d}} = \frac{DE_{max}}{2U}$$

in Abhängigkeit von D/d.

4.6.4 Kabel bester Leistungsübertragung

Jetzt soll der Wellenwiderstand für das Kabel gefunden werden, bei dem für eine feste lichte Weite D des Außenleiters und eine vorgegebene Feldstärke E_{max} am Innenleiter die übertragbare Leistung P ein Maximum ist. Dabei soll das Kabel mit seinem Wellenwiderstand abgeschlossen sein und die Spannung u den zeitlichen Verlauf $u = U \sin \omega t$ haben.

Die übertragene Leistung ist dann

$$P = \frac{U^2}{2Z_L}. \tag{4.6/8}$$

Darf das Dielektrikum höchstens mit der Feldstärke E_{max} beansprucht werden, so ist die höchste zulässige Kabelspannung nach Gl. (4.6/6)

$$U_{max} = \frac{E_{max}D}{2} \frac{\ln\frac{D}{d}}{\frac{D}{d}}. \tag{4.6/9}$$

Mit Gl. (4.6/3) wird

$$P = \frac{U_{\max}^2}{2Z_L} = \frac{E_{\max}^2 D^2 \sqrt{\varepsilon_r}}{240\,\Omega} \frac{\ln \frac{D}{d}}{2\left(\frac{D}{d}\right)^2}. \tag{4.6/10}$$

Führt man die unter Abschn. 4.6.2 angegebene Extremwertrechnung durch, so findet man für das Kabel bester Leistungsübertragung die Bedingung

$$\ln\left(\frac{D}{d}\right)_P = \frac{1}{2} \quad \text{bzw.} \quad \left(\frac{D}{d}\right)_P = \sqrt{e} = 1{,}65.$$

Damit ergibt sich der Wellenwiderstand des leistungsmäßig optimalen Kabels

$$Z_{L(P)} = \frac{30\,\Omega}{\sqrt{\varepsilon_r}}. \tag{4.6/11}$$

In Abb. 4.6/3 ist die Funktion

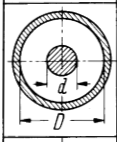
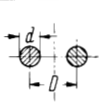
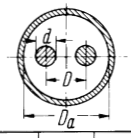
$$f_p = 100\,P \frac{240\,\Omega}{(DE_{\max})^2 \sqrt{\varepsilon_r}} = 100 \frac{\ln \frac{D}{d}}{2\left(\frac{D}{d}\right)^2} \tag{4.6/12}$$

über D/d aufgetragen.

Die in der Praxis üblichen Koaxialkabel haben Wellenwiderstände von 50 Ω oder 60 Ω. Wenn der Raum zwischen Innen- und Außenleiter vollständig mit Teflon ($\varepsilon_r = 2{,}05$) oder Polystyrol ($\varepsilon_r = 2{,}5$) ausgefüllt ist, beträgt $Z_L \sqrt{\varepsilon_r}$ bei einem 50 Ω-Kabel 72,5 Ω bzw. 79 Ω, d.h., ein solches Kabel ist hinsichtlich seiner Dämpfung nahezu optimal. Bei einem 60-Ω-Kabel ergeben sich für $Z_L \sqrt{\varepsilon_r}$ Werte in der Nähe von 70 Ω, wenn $\varepsilon_{r\,\mathrm{eff}} \approx 1{,}2$ ist, ein Wert, der für Scheiben- oder Wendelkabel mit erheblichem Luftanteil realisierbar ist.

Die optimalen Eigenschaften offener und geschirmtei symmetrischer Doppelleitungen sind in der 1. und 2. Auflage des Lehrbuchs der Hochfrequenztechnik in gleicher Weise wie für die Koaxialkabel abgeleitet. Ihre Durchmesserverhältnisse und Wellenwiderstände für kleinste Dämpfung, größte Spannungsfestigkeit und größte übertragbare Leistung sind in Tab. 4.6/1 zu finden.

Tabelle 4.6/1. Optimale Kabel und Leitungen

	Koaxial-kabel		Doppelleitung offen		Doppelleitung geschirmt		
							
	D/d	$\frac{Z_L \cdot \sqrt{\varepsilon_r}}{\Omega}$	D/d	$\frac{Z_L \cdot \sqrt{\varepsilon_r}}{\Omega}$	D/d	D/D_a	$\frac{Z_L \cdot \sqrt{\varepsilon_r}}{\Omega}$
kleinste Dämpfung	3,6	77	2,276	175,6	2,47	0,428	147
größte Spannungsfestigkeit	2,72	60	2,932	208,6	2,69	0,48975	142
größte Leistung	1,65	30	2,146	167,7	1,85	0,4935	94,7
Kompromiß-Werte	2,3	50	2,42	185	2,50	0,490	133

4.7 Streifenleitungen

4.7.1 Überblick über verschiedene Bauarten und Anwendungen

Streifenleitungen in ihren verschiedenen Bauformen sind die im VHF- und Mikrowellenbereich sowie bei schnellen Digitalschaltungen überwiegend benutzten Leitungstypen für die Schaltungstechnik, sofern nicht besondere Anforderungen an Dämpfungsarmut oder hohe übertragbare Leistung die Verwendung von Koaxialleitungen oder Hohlleitern erfordern.

Tabelle 4.7/1 gibt einen Überblick über die Eigenschaften von Streifenleitungen, Koaxialleitungen und Hohlleitern im Vergleich zueinander. Der Name *Streifenleitung* wird hier als Sammelbegriff für alle Wellenleiter benutzt, bei denen mindestens ein Leiter streifenförmig und die anderen Leiter zumindest planar sind (von Gehäusewänden abgesehen). Die Streifenleitungen befinden sich auf einer *Substrat* genannten dielektrischen Platte. Abbildung 4.7/1 zeigt die wichtigsten Bauformen von Streifenleitungen. Alle Bauformen ergeben Leitungen mit definierten Wellenwiderständen und Laufzeiten, lassen sich aber im Gegensatz zu Koaxialleitungen und Hohlleitern mit den gleichen einfachen Verfahren der Fotoätztechnik, der Dünnfilmtechnik oder der Dickfilmtechnik herstellen, wie sie auch zur Herstellung von Leiterplatten und Hybridschaltkreisen bei niedrigeren Frequenzen benutzt werden.

Mit den Streifenleitungsbauformen nach Abb. 4.7/1 lassen sich in einfacher Weise integrierte Mikrowellenschaltungen herstellen. Hierbei werden die Filter, Richtkoppler, Transformatoren, Zirkulatoren und ähnliche passive Baugruppen aus entsprechend dimensionierten Streifenleitungen auf einem isolierten Substrat als Trägerplatte aufgebaut und durch konzentrierte passive Bauelemente und Halbleiter ergänzt (hybrid integrierte Mikrowellenschaltung). Alternativ können Halbleitersubstrate benutzt werden, auf denen auch noch die aktiven Elemente und die konzentrierten passiven Elemente erzeugt werden (monolithisch integrierte Mikrowellenschaltungen). In der Digitaltechnik dienen Streifenleitungen im wesentlichen zum wellenwiderstandsrichtigen Verbinden von Logikschaltkreisen auf Leiterplatten sowie zum Verbinden von Leiterplatten untereinander. Wegen der vielen benötigten Leitungen werden oft mehrere Leitungsebenen übereinander benutzt (Multilayerplatten).

Tabelle 4.7/1. Vergleich von Eigenschaften technisch wichtiger Leitungsarten (nach [53])

Eigenschaft	Streifenleitung	Koaxialleitung	Hohlleiter
Leitungsdämpfung	hoch	mittel	niedrig
Resonatorgüte	niedrig	mittel	hoch
Übertragbare Leistung	niedrig	mittel	hoch
Entkopplung benachbarter Schaltungsteile	niedrig	sehr groß	sehr groß
Bandbreite	groß	groß	gering
Miniaturisierbarkeit	hervorragend	mangelhaft	mangelhaft
Volumen, Gewicht	gering	groß	groß
Herstellbarkeit: passiver Schaltungen	sehr einfach	einfach	einfach
Integrierbarkeit			
– von Halbleitern	einfach	möglich	möglich
– von konzentrierten passiven Elementen	sehr gut	möglich	möglich
– von Ferritbauteilen (z.B. im Zirkulator)	sehr gut	mäßig	gut
– von dielektrischen Bauteilen (z.B. als dielektrischer Oszillator)	sehr gut	mäßig	gut

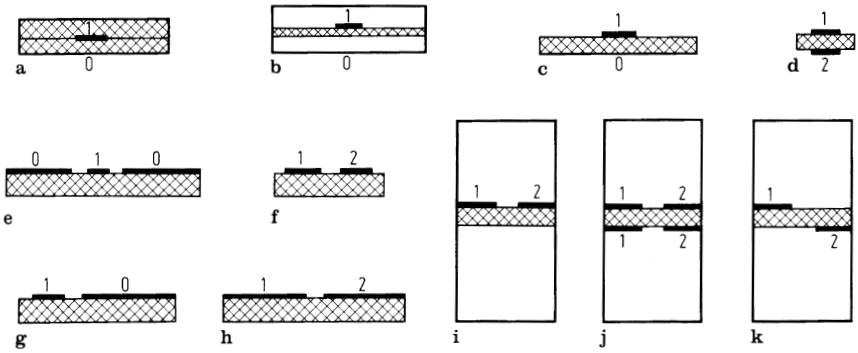


Abb. 4.7/1a–k. Querschnitt von Streifenleitungen, Koplanarleitungen, offenen und geschirmten Schlitzleitungen (Finlines).
a geschirmte Streifenleitung (Stripline, Triplateline); **b** geschirmte Dreischichtenstreifenleitung (Suspended substrate line); **c** Mikrostreifenleitung (Microstrip); **d** Doppelbandleitung; **e** Koplanarleitung; **f** koplanare Zweibandleitung; **g** unsymmetrische Koplanarleitung; **h** offene Schlitzleitung (Slotline); **i–k** geschirmte Schlitzleitungen (Finlines): **i** unilateral, **j** bilateral, **k** antipodal

Die in Abb. 4.7/1 gezeigten Streifenleitungsbauarten besitzen trotz gleicher Fertigungstechnologien unterschiedliche Anwendungsschwerpunkte. Die geschirmte Streifenleitung (Stripline, Triplateline) nach Abb. 4.7/1a wird für Baugruppen benutzt, die weitgehend aus Leitungsbauelementen bestehen, z. B. Filter, Koppler und Verzweigungen. Dieser in der Anfangszeit der integrierten Mikrowellenschaltungen vielbenutzte Leitungstyp zeichnet sich durch geringe Dispersion und Unterdrückung von Abstrahlungsverlusten durch den geschirmten Aufbau aus. Probleme bereitet jedoch der Einbau hybrider Elemente wegen der vollständigen dielektrischen Füllung. Mit geschirmten Dreischichtenstreifenleitungen (Suspended substrate line, Brenner-Leitung [18, 51]) nach Abb. 4.7/1b lassen sich bei gleichen Abmessungen höhere Güten und höhere Wellenwiderstände als bei geschirmten Streifenleitungen nach Abb. 4.7/1a oder bei Mikrostreifenleitungen nach Abb. 4.7/1c erreichen; diese Dreischichtenstreifenleitungen sind allerdings schwieriger herzustellen, insbesondere wenn Masseverbindungen erforderlich sind. Die in Abb. 4.7/1c dargestellte Mikrostreifenleitung (Microstrip) ist eine erdunsymmetrische, offene Streifenleitung. Sie ist der bei integrierten Mikrowellenschaltungen vorherrschende Leitungstyp. Hierbei sind offene Leitungen, Parallelverzweigungen und Bauelemente in Serie zur Leitung besonders einfach zu realisieren.

Die Doppelbandleitung (Abb. 4.7/1d) entsteht durch Spiegelung einer Mikrostreifenleitung an der Masseebene; sie wird üblicherweise nur in Verbindung mit anderen Leitungstypen benutzt. Die koplanaren Leitungen nach Abb. 4.7/1e–g erlauben die Herstellung von Leitungen auf einseitig metallisierten Substraten. Sie ergänzen in günstiger Weise die Eigenschaften von Mikrostreifenleitungen; z. B. lassen sich besonders günstig Kurzschlüsse, hochohmige Leitungen ($Z_L > 100\,\Omega$) und Bauelemente parallel zur Leitung verwirklichen.

Bei den Streifenleitungen nach Abb. 4.7/1a bis g sind Wellenwiderstand und Leitungslaufzeit im Verhältnis zu denen der Leitungen nach Abb. 4.7/1i–k nur wenig frequenzabhängig, und die Leitungen sind daher auch zur verzerrungsfreien Übertragung von Signalen mit Gleichstromanteilen geeignet – was z. B. bei Digitalschaltungen i. allg. erforderlich ist. Im Gegensatz hierzu führen die geschirmten Schlitzleitungen (Finlines) nach Abb. 4.7/1i—k Wellen, bei denen die Energie der Welle nur bei ausreichend hohen Frequenzen im Schlitz konzentriert ist. Für Frequenzen $f \to 0$ geht

der Wellenwiderstand gegen Null und die Leitungslaufzeit ändert sich merklich, so daß niederfrequente Breitbandsignale über geschirmte Schlitzleitungen nicht verzerrungsfrei übertragbar sind. Üblicherweise werden daher Schlitzleitungen im Mikrowellenbereich (in Verbindung mit Mikrostreifen- oder Koplanarleitungen) benutzt, wobei mit den Schlitzleitungen besonders einfach Kurzschlüsse, Serienverzweigungen und Bauelemente quer zur Leitung verwirklicht werden können. Die geschirmten Schlitzleitungen nach Abb. 4.7/1i—k sind die bevorzugten Bauformen für hybrid integrierte mm-Wellen-Schaltungen. Durch den geschlossenen Aufbau werden Strahlungsverluste vermieden, und durch kontinuierliches Verbreitern der Schlitzweite bis auf die Weite des die Leitung umhüllenden Hohlleiters („Tapern") läßt sich breitbandig ein reflexionsarmer Übergang vom Hohlleiter auf die geschirmte Schlitzleitung realisieren. Ggf. kann die Verbindung zwischen Streifenleitern und Schirm kapazitiv statt galvanisch erfolgen, um Gleichspannungen zuführen zu können, ohne die HF-Eigenschaften der Leitung zu verändern.

Zu den verschiedenen Bauarten von Streifenleitungen existiert ein umfangreiches Schrifttum über Felder, Leitungskonstanten und Anwendungen [51–53, 91].

4.7.2 Feldtypen bei Streifenleitungen

Auf den verschiedenen in Abb. 4.7/1 dargestellten Streifenleitungsbauarten breiten sich je nach Leitungsart unterschiedliche Feldtypen aus. Für die folgende Betrachtung setzen wir voraus, daß das Substratmaterial isotrop, homogen und rein dielektrisch ($\mu_r = 1$) ist und sich somit durch seine Permittivitätszahl ε_r elektrisch vollständig charakterisieren läßt. Die geschirmte Streifenleitung besitzt ein homogenes Dielektrikum und führt daher als Grundwelle Lecherwellen (s. Abschn. 5.2) wie z. B. eine Koaxialleitung. (Lecherwellen entsprechen bei hohen Frequenzen TEM-Wellen, berücksichtigen aber die Leiterverluste.) Im verlustfreien Fall führt die geschirmte Streifenleitung somit TEM-Wellen. Die Dreischichtenstreifenleitung, die Mikrostreifenleitung, die Doppelbandleitung und die verschiedenen Koplanarleitungen nach Abb. 4.7/1b – g besitzen im felderfüllten Raum ein geschichtetes Dielektrikum und führen als Grundwelle Quasi-TEM-Wellen, d. h. Wellen, bei denen die Längskomponenten der elektrischen und magnetischen Feldstärke auch im verlustfreien Falle zwar vorhanden, aber bei ausreichend tiefen Frequenzen vernachlässigbar gegenüber den entsprechenden Transversalkomponenten sind [47].

Geschirmte Schlitzleitungen (Abb. 4.7/1i–k) besitzen ebenfalls im felderfüllten Raum ein geschichtetes Dielektrikum, jedoch zusätzlich über den umhüllenden Schirm miteinander verbundene Streifenleiter und führen daher anstelle der auf diesen Leitungen nicht existenzfähigen Quasi-TEM-Welle als niedrigsten Feldtyp Quasi-H-Wellen, d. h. Wellen, bei denen zwar die elektrische Längsfeldstärke vernachlässigbar ist, die magnetische jedoch nicht.

Allen diskutierten Feldtypen ist jeweils eindeutig ein komplexer Ausbreitungskoeffizient

$$\gamma = \alpha + \mathrm{j}\beta = \alpha + \mathrm{j}\omega/v_{\mathrm{ph}} \tag{4.7/1}$$

zugeordnet.

Für Leitungen mit geschichtetem Dielektrikum führt man als nützliche Hilfsgröße die durch

$$\varepsilon_{r\,\mathrm{eff}} = (c_0/v_{\mathrm{ph}})^2 = (\lambda_0/\lambda)^2 \tag{4.7/2}$$

definierte effektive Permittivitätszahl $\varepsilon_{r\,\mathrm{eff}}$ ein (c_0 Lichtgeschwindigkeit, v_{ph} Phasengeschwindigkeit, λ_0 Freiraumwellenlänge, λ Wellenlänge auf der Leitung).

Diese Definition der effektiven Permittivitätszahl bedeutet, daß sich die Welle auf der Leitung mit geschichtetem Dielektrikum mit der gleichen Phasengeschwindigkeit ausbreitet wie eine TEM-Welle in einem homogenen Dielektrikum mit der Permittivitätszahl $\varepsilon_{\mathrm{reff}}$.

$\varepsilon_{\mathrm{r\,eff}}$ ist kleiner als ε_{r} des Substratmaterials, da sich das Feld nicht nur im Substrat, sondern teilweise auch in Luft ($\varepsilon_{\mathrm{r}} = 1$) befindet.

Die Phasengeschwindigkeit ist somit

$$v_{\mathrm{ph}} = c_0/\sqrt{\varepsilon_{\mathrm{reff}}}\,, \tag{4.7/3}$$

und die Phasenkonstante wird

$$\beta = \omega/v_{\mathrm{ph}} = \omega\sqrt{\varepsilon_{\mathrm{r\,eff}}}/c_0\,, \tag{4.7/4}$$

die Wellenlänge auf der Leitung ist also um den Faktor $\sqrt{\varepsilon_{\mathrm{r\,eff}}}$ gegenüber der Freiraumwellenlänge verkürzt.

Bei Quasi-TEM-Wellenleitungen ist die Phasengeschwindigkeit v_{ph} und damit $\varepsilon_{\mathrm{reff}}$ abhängig von den Leitungsabmessungen und in geringfügigem Maße auch von der Frequenz. Diese Frequenzabhängigkeit wird als *Dispersion* bezeichnet. Durch Lösen der Wellengleichung z. B. für den Fall der Mikrostreifenleitung [22, 23, 55, 56] zeigt sich in Übereinstimmung mit der Messung [24, 25], daß mit wachsender Frequenz die Phasengeschwindigkeit v_{ph} gegen $c_0/\sqrt{\varepsilon_{\mathrm{r}}}$ strebt und daher wegen (4.7/2) auch $\varepsilon_{\mathrm{r\,eff}}$ gegen ε_{r} des Substratmaterials, da sich das Feld mit steigender Frequenz zunehmend im Substrat konzentriert.

Berücksichtigt man diese Dispersion, d.h. diese Frequenzabhängigkeit der Phasengeschwindigkeit, beim Entwurf einer Leitungsschaltung, so kann man Streifenleitungen bis zur unteren Grenzfrequenz des nächst höheren Feldtyps eindeutig betreiben.

Abbildung 4.7/2 zeigt als Beispiel hierfür die Frequenzabhängigkeit von $\varepsilon_{\mathrm{r\,eff}}$ für die Grundwelle (HE_0-oder Quasi-TEM-Welle) und die ersten beiden höheren Feldtypen HE_1-Welle, HE_2-Welle auf einer Mikrostreifenleitung [51]. Außer den diskreten Feldtypen existiert bei der Mikrostreifenleitung als offener Leitung noch ein kontinuierliches Strahlungsspektrum, das durch Störstellen angeregt wird und zum Energieverlust durch Abstrahlung führt.

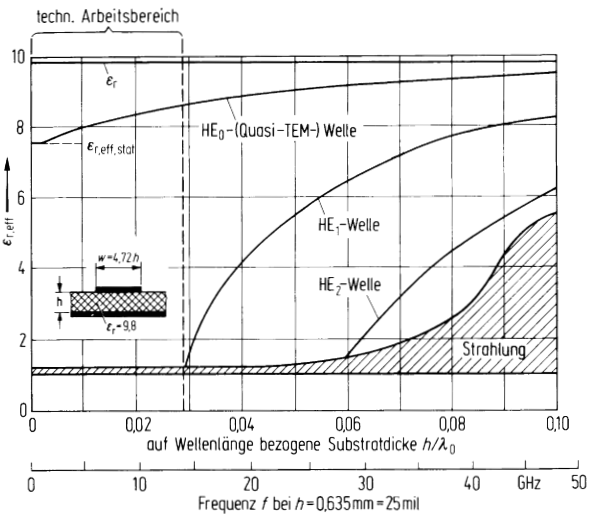


Abb. 4.7/2. Effektive Permittivitätszahl für die Grundwelle (Quasi-TEM-Welle) und höhere Feldtypen einer Mikrostreifenleitung (nach [51])

Die Quasi-H-Wellen der Schlitzleitungen zeigen eine prinzipiell ähnliche Abhängigkeit der Phasengeschwindigkeit (und somit der effektiven Permittivitätszahl) von der Frequenz; die Frequenzabhängigkeit ist aber ausgeprägter, als es bei Quasi-TEM-Wellen der Fall ist.

4.7.3 Quasistatische Leitungskonstanten

Während die komplexen Ausbreitungskonstanten und die Felder der Grundwellen von Streifenleitungen bei beliebigen Frequenzen eindeutig definiert sind, sind dies die übrigen Leitungskonstanten nur für den quasistatischen Fall, d.h. für so niedrige Frequenzen, daß die Längskomponenten der Felder gegen die entsprechenden Transversalkomponenten vernachlässigbar sind.

In diesem Fall liefern Leitungswellennäherungen für das Feld gute Näherungswerte für die Leitungskonstanten. Mit der statischen effektiven Permittivitätszahl (s. Abb. 4.7/2)

$$\varepsilon_{\mathrm{reff,\,stat}} = \varepsilon_{\mathrm{r\,eff}}\ (f = 0)$$

und dem Wellenwiderstand Z_{L1} einer Leitung mit gleicher Leiteranordnung, aber ohne Substrat, d. h. mit $\varepsilon_{\mathrm{r}} = 1$, erhält man folgende, für den quasistatischen Fall gültigen TEM-Wellennäherungen für die übrigen Leitungskonstanten:

Wellenwiderstand $$Z_{\mathrm{L}} = Z_{\mathrm{L1}}/\sqrt{\varepsilon_{\mathrm{reff,\,stat}}}\,, \quad \varepsilon_{\mathrm{reff,\,stat}} = (Z_{L1}/Z_L)^2\,, \tag{4.7/5}$$

Induktivitätsbelag $$L' = Z_{L1}/c_0 = Z_L/v_{\mathrm{ph,\,stat}}\,, \tag{4.7/6}$$

Kapazitätsbelag $$C' = \varepsilon_{\mathrm{reff,\,stat}}/(c_0 Z_{L1}) = 1/(v_{\mathrm{ph,\,stat}} \cdot Z_L)\,. \tag{4.7/7}$$

Für Frequenzen im unteren Mikrowellenbereich ist diese quasistatische Analyse von Streifenleitungen, die als Feldtyp quasi-TEM-Wellen führen, i. allg. ausreichend genau.

Für höhere Frequenzen und bei Leitungen, die wie Schlitzleitung und geschirmte Schlitzleitung Quasi-H-Wellen führen, ist jedoch eine Lösung der Wellengleichung erforderlich. Eine solche Analyse liefert neben der Frequenzabhängigkeit der Phasengeschwindigkeit und somit von $\varepsilon_{\mathrm{r\,eff}}$ auch die Frequenzabhängigkeit des aus Spannung und Strom, Spannung und Leistung oder Strom und Leistung definierbaren Wellenwiderstandes. (Im Gegensatz zum statischen Fall liefern diese drei Definitionen leicht voneinander abweichende Wellenwiderstandswerte, siehe z. B. [51].)

Da Streifenleitungen im Regelfall im Hoch- und Höchstfrequenzbereich benutzt werden, beschränken wir uns im folgenden auf den Fall kleiner Verluste und nahezu vollständiger Stromverdrängung in den Leitern infolge des Skineffektes, d. h., alle Leiter sind mindestens drei Eindringtiefen δ dick, was praktisch stets der Fall ist. Somit sind in guter Näherung Wellenwiderstand, Induktivitätsbelag und Kapazitätsbelag aus den Feldern im verlustlosen Fall berechenbar, ebenso der Widerstandsbelag und die Verlustleistung nach der Power-loss-Methode unter Annahme eines Flächenwiderstandes $R_\square$ aller Leiter

$$R_\square = \sqrt{\pi f \mu \varrho} \tag{4.7/8}$$

mit f der Frequenz, $\mu = \mu_0 \mu_{\mathrm{r}}$ der Permeabilität, ϱ dem spezifischen Widerstand der Leiter.

4.7.4 Geschirmte Streifenleitung (Stripline, Triplateline)

Bei der geschirmten Streifenleitung (auch Stripline oder Triplateline genannt) ist der Streifenleiter (Breite w, Dicke t) gemäß Abb. 4.7/3 mittig zwischen zwei Masseebenen

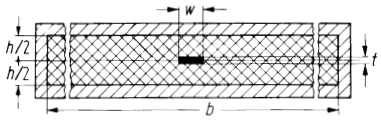


Abb. 4.7/3. Geschirmte Streifenleitung (Stripline, Triplateline), Querschnitt

in einem homogenen Dielektrikum mit der Permittivitätszahl ε_r angeordnet. Praktisch wählt man meist die lichte Breite b groß gegen die lichte Höhe h und die Streifenbreite w, so daß es unerheblich wird, ob die in Abb. 4.7/3 gezeigten Seitenwände vorhanden sind oder nicht. Bei einer relativen Leitungsbreite $b/h > 2 + w/h$ bleiben die Wellenwiderstandsänderungen kleiner als 2% gegenüber der unendlich breiten Leitung ($b/h \to \infty$), so daß wir uns im folgenden auf diesen Fall ($b > 2h + w$) beschränken können. Als Dielektrikum dienen für Höchstfrequenzanwendungen in der Regel weiche organische Materialien, mit denen der Raum zwischen den Leitern vollständig ausgefüllt werden kann, wie zum Beispiel Tetrafluorethylen (Teflon) ($\varepsilon_r = 2{,}05$) oder Polyethylen ($\varepsilon_r = 2{,}32$).

Im verlustlosen Fall führt die geschirmte Streifenleitung eine TEM-Welle mit einer frequenzunabhängigen Phasengeschwindigkeit $v_{ph} = v_{ph,\,stat} = c_0/\sqrt{\varepsilon_r}$ und einem frequenzunabhängigen Wellenwiderstand $Z_L = Z_{L\,stat} = Z_{L1}/\sqrt{\varepsilon_r}$ (s. o.); eine statische Analyse ist somit zur Beschreibung der Grundwelle ausreichend.

Für Leitungsbreiten $b \to \infty$ ist der Wellenwiderstand Z_L (auch für Leiterdicken $t \neq 0$) durch konforme Abbildung über elliptische Integrale exakt berechenbar [16]. Im Sonderfall der Streifenleiterdicke $t = 0$ erhält man für den Wellenwiderstand nach Cohn [57]:

$$Z_L = \frac{Z_0}{4\sqrt{\varepsilon_r}} \cdot \frac{K(k)}{K(k')}, \tag{4.7/9}$$

mit

$$k = 1/\cosh\frac{\pi w}{2h}, \tag{4.7/10}$$

$$k' = \sqrt{1-k^2} = \tanh\frac{\pi w}{2h}, \tag{4.7/11}$$

$$Z_0 = 120\,\pi\Omega \tag{4.7/12}$$

(Feldwellenwiderstand des freien Raumes).

$K(k)$ ist das vollständige elliptische Integral erster Gattung vom Modul k [58, 59, 90]. Einfache Näherungen für Gl. (4.7/9) wurden von Hilberg [60] angegeben.

Für $b \gg h$ und $t/h \leq 0{,}25$ gilt näherungsweise mit Fehlern $< 1{,}2\%$ für $w/(h-t) \geq 0{,}35$ [16, 17]:

$$\frac{Z_L}{\Omega} = \frac{94{,}25 \cdot (1 - t/h)/\sqrt{\varepsilon_r}}{\dfrac{w}{h} + \dfrac{2}{\pi}\ln\dfrac{2 - t/h}{1 - t/h} - \dfrac{t}{\pi h}\ln\dfrac{t(2 - t/h)}{h(1 - t/h)^2}} \tag{4.7/13}$$

und für $w/(h-t) \leq 0{,}35$:

$$\frac{Z_L}{\Omega} = \frac{60}{\sqrt{\varepsilon_r}}\ln\left\{\frac{8h}{\pi w}\Bigg/\left[1 + \frac{t}{\pi w}(1 + \ln 4\pi w/t) + 0{,}51(t/w)^2\right]\right\}. \tag{4.7/14}$$

Die Wellenwiderstände $Z_{L1} = Z_L \cdot \sqrt{\varepsilon_r}$ sind in Abb. 4.7/4 dargestellt.

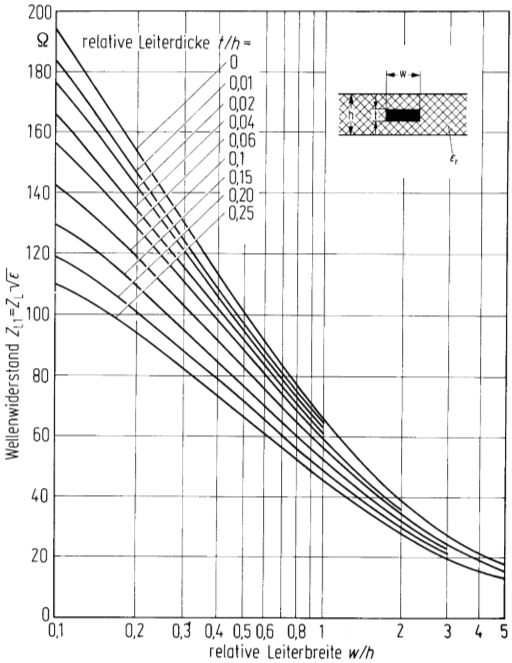


Abb. 4.7/4. Wellenwiderstand der geschirmten Streifenleitung (nach [51]). Parameter: relative Leiterdicke t/h

Der Leiterdämpfungsbelag α_ϱ läßt sich unter den oben getroffenen Annahmen (kleine Verluste, Hochfrequenzfall) nach der „Incremental-inductance"-Regel von Wheeler [61] aus den Beziehungen für den Wellenwiderstand, Gln. (4.7/13) und (4.7/14), und dem Flächenwiderstand $R_\square$ Gl. (4.7/8) von Streifenleiter und Schirm berechnen. Für breite Streifenleiter, d. h. $w/(h-t) \geq 0{,}35$, erhält man [17, 51]

$$\frac{\alpha_\varrho}{\mathrm{dB/cm}} = \frac{2{,}02\cdot 10^{-6}\varepsilon_r\cdot\dfrac{Z_L}{\Omega}\sqrt{f/\mathrm{GHz}\cdot\varrho/\varrho_{cu}}}{h/\mathrm{cm}} \times\left[\frac{h}{h-t}+\frac{2wh}{(h-t)^2}+\frac{h(h+t)}{\pi(h-t)^2}\ln\frac{2h-t}{t}\right], \tag{4.7/15}$$

und für schmale Streifenleiter, d. h. $w/(h-t) \leq 0{,}35$,

$$\frac{\alpha_\varrho}{\mathrm{dB/cm}} = \frac{0{,}0114\sqrt{f/\mathrm{GHz}\cdot\varrho/\varrho_{cu}}}{Z_L/\Omega\cdot h/\mathrm{cm}} \times\left[1+\frac{2h}{w}\,\frac{0{,}5+\dfrac{t}{2\pi w}+\dfrac{0{,}5}{\pi}\ln\dfrac{4\pi w}{t}+0{,}1947\left(\dfrac{t}{w}\right)^{0{,}65}-0{,}0767\left(\dfrac{t}{w}\right)^{1{,}65}}{1+\dfrac{t}{\pi w}\left(1+\ln\dfrac{4\pi w}{t}\right)+0{,}236\left(\dfrac{t}{w}\right)^{1{,}65}}\right]. \tag{4.7/16}$$

Hierbei ist ϱ der spezifische Widerstand des Leiter- und Schirmmaterials und $\varrho_{cu} = 17{,}2\ \mathrm{n\Omega\cdot m}$ der spezifische Widerstand von Kupfer. Abbildung 4.7/5 zeigt den Bezugs-Leiterdämpfungsbelag

$$\alpha_\varrho^* = \frac{\alpha_\varrho\cdot h/\mathrm{cm}}{\sqrt{f/\mathrm{GHz}\cdot\varepsilon_r\cdot\varrho/\varrho_{cu}}}\,.$$

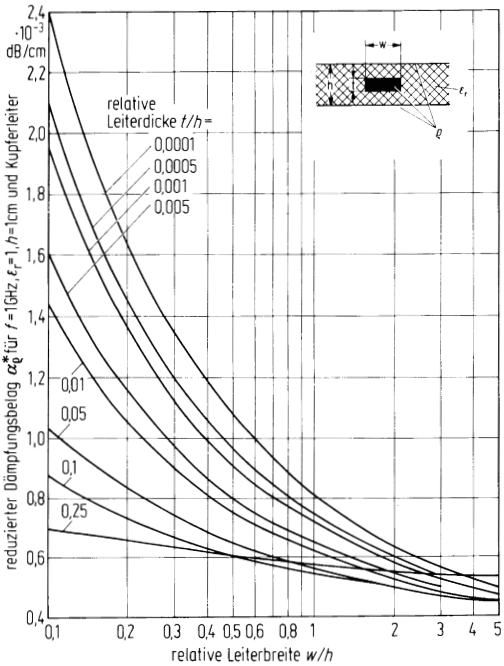


Abb. 4.7/5. Reduzierter Leiterdämpfungsbelag α_ϱ^* der geschirmten Streifenleitung [51]

Der Leiterdämpfungsbelag α_ϱ ergibt sich aus dem Bezugs-Leiterdämpfungsbelag α_ϱ^* zu

$$\alpha_\varrho = \alpha_\varrho^* \cdot \frac{\sqrt{f/\mathrm{GHz} \cdot \varepsilon_r} \cdot \sqrt{\varrho/\varrho_{\mathrm{cu}}}}{h/\mathrm{cm}} ;$$

er steigt entsprechend den getroffenen Voraussetzungen proportional zu $\sqrt{f}$ an.

Hat das Dielektrikum ebenfalls Verluste, die durch seinen Verlustfaktor $\tan \delta_\varepsilon$ beschrieben sind, so ergibt sich der Gesamtdämpfungsbelag α der Leitung aus dem Leiterdämpfungsbelag α_ϱ und dem Verlustfaktor $\tan \delta_\varepsilon$ zu

$$\alpha = \alpha_\varrho + \frac{\beta}{2} \tan \delta_\varepsilon . \tag{4.7/17}$$

Für übliche Substratmaterialien ist $\tan \delta_\varepsilon$ im Mikrowellenbereich konstant und liegt in der Größenordnung von 10^{-3}. Somit steigen die dielektrischen Verluste nach Gl. (4.7/17) zwar frequenzproportional an, jedoch überwiegen in der Regel die Leiterverluste.

Höhere Wellenwiderstände und geringere Dämpfungen als bei der geschirmten Streifenleitung nach Abb. 4.7/3 erhält man, wenn man den Streifenleiter nicht in ein Volldielektrikum einbettet, sondern wie in Abb. 4.7/6 dargestellt auf einem dünnen Substrat etwa in der Mitte der Leitung anordnet. Die so entstandene geschirmte

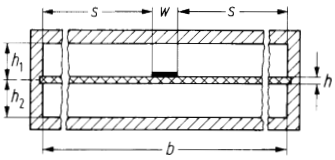


Abb. 4.7/6. Geschirmte Dreischichtenstreifenleitung (Suspended substrate line), Querschnitt

Dreischichtenleitung (Suspended substrate line, Brenner-Leitung) [18, 51, 100–103] ermöglicht, auch Leitungen mit Wellenwiderständen von über 100 Ω noch günstig zu realisieren. Durch den geringen Anteil des Substrats am felderfüllten Volumen ergibt sich im Vergleich zum ε_r des Substrats ein niedriges $\varepsilon_{r\,eff}$.

4.8 Mikrostreifenleitung (Microstrip)

Die in Abb. 4.8/1 dargestellte Mikrostreifenleitung (Microstrip) ist eine unsymmetrische, offene Streifenleitung. Sie entsteht aus der geschirmten Dreischichtenstreifenleitung nach Abb. 4.7/6 durch Wegnahme der oberen und seitlichen Wände und Wegfall des Luftraums unter dem Substrat ($h_2 \to h/2$, $b > 4h + w$). (Praktisch sind seitliche und obere Wände ohne Einfluß auf die Leitungseigenschaften, wenn die normierte Leitungsbreite $b/h > 4 + w/h$ und die normierte Deckelhöhe $h_1/h > 4$ sind [51]. Die Wellenwiderstandsänderungen bleiben in diesem Fall kleiner als 2% gegenüber der Mikrostreifenleitung ohne Wände und Deckel.) Bei den üblicherweise benutzten Substraten mit hohem ε_r, z. B. Al_2O_3-Keramik, verläuft der überwiegende Teil der elektrischen Feldlinien und entsprechend auch der überwiegende Teil der transportierten Leistung im Substrat unter dem Streifenleiter. Bei dieser Leitungsart besteht die Gefahr des Auftretens von transversalen Leckmoden (siehe Abschn. 5.4.3.3).

4.8.1 Quasistatische Leitungskonstanten der Mikrostreifenleitung

Wie oben ausgeführt, führt die Mikrostreifenleitung als Grundwelle eine Quasi-TEM-Welle, die alle sechs Feldkomponenten enthält [47]. Bei tiefen Frequenzen, bei der Mikrostreifenleitung definierbar durch die Forderung

$$w, h < \lambda_0/(40\sqrt{\varepsilon_r}), \tag{4.8/1}$$

d. h. Querabmessungen klein gegen die Leitungsviertelwellenlänge, sind die Längskomponenten der Felder vernachlässigbar und Leitungswellennäherungen für das Feld liefern somit gute Näherungswerte für die Leitungskonstanten. (Bei der in Abb. 4.8/1 dargestellten Leitung ist die Forderung (4.8/1) bis zu Frequenzen von $f = 3{,}8$ GHz erfüllt.)

Bei wesentlich höheren Frequenzen können die Längskomponenten der elektrischen und magnetischen Feldstärke nicht mehr vernachlässigt werden, und zur genauen Analyse der Leitung müssen Lösungen der Wellengleichung benutzt werden.

Infolge des geschichteten Dielektrikums gibt es für die Mikrostreifenleitung auch im statischen Fall für die Leitungskonstanten keine exakte Lösung in geschlossener Form, jedoch führt eine Vielzahl von Verfahren wie modifizierte konforme Abbildung [19, 62, 63], Relaxationsmethode [64], Variationsmethode [65], Methode der Greenschen Funktionen [35, 66], Teilflächenmethode [6, 67, 68], Momentenmethode [69] und Methode der Geraden [70] zu Lösungen. Für rechnergestützten Entwurf und Optimierung benötigt man vorzugsweise Lösungen in geschlossener Form. Weite Verbreitung haben hierfür die Ergebnisse von Wheeler [19, 62] gefunden. Für breite Leitungen ($w/h > 1$) mit sehr dünnen, verlustarmen Leiterbahnen ($t/w \ll 0{,}1$) fand er

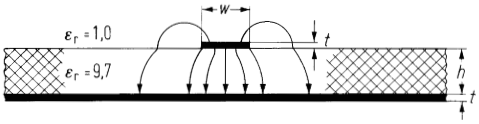


Abb. 4.8/1. Mikrostreifenleitung (Microstrip), Querschnitt. Typische Dimensionen für $Z_L = 50\,\Omega$: $w = 610\,\mu m$, $h = 635\,\mu m$, $t = 5\,\mu m$, Substrat Al_2O_3 (99,5%), $\varepsilon_r = 9{,}7$